

РЕЗЮМЕ НА ТРУДОВЕТЕ

на доц. д-р Стефан Стефанов

за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност „Професор“
в професионално направление 4.5. Математика (Математическо
оптимизиране), ДВ, бр. 7 / 24.01.2025 г.

Представените публикации са в следните основни направления:

- Изпъкнала сепарабелна оптимизация – теоретични резултати и алгоритми; включително задача за раницата (Knapsack Problem), нелинейна транспортна задача, задача за управление на ресурси и сродни задачи (статии 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 17, 19, 21, 28, 29, 33; монография);
- Квадратични оптимизационни задачи (статии 3, 16, 18, 27; монография);
- Алгоритми за проектиране върху допустими множества от определен вид (статии 4, 23; монография);
- Стохастична оптимизация и недиференцируема оптимизация (статии 14, 23; монография);
- Коректност (устойчивост, well-posedness) на оптимизационни задачи (статия 13; монография);
- Валидни и доминиращи неравенства, отсичащи хиперравнини и целочисленост на някои многостенни множества (статия 12; монография);
- Приложения на обратната интерполация (статия 20);
- Теорема на алтернативата (статия 22; монография);
- Числено решаване на някои типове системи нелинейни уравнения (статии 24, 25; монография);
- Някои свойства на линейните функционали (статия 26);
- Матрични игри (статии 30, 31);
- Многокритериална оптимизация (статия 32).

МОНОГРАФИЯ (изискване по чл. 29, ал. 1, т. 3 от ЗРАСРБ, чл. 60, ал. 1, т. 3 от ППЗРАСРБ, чл. 87, ал. 1, т. 3 от Вътрешните правила за развитие на академичния състав в ЮЗУ „Неофит Рилски“):

- **Stefan M. Stefanov – “Separable Optimization: Theory and Methods”**, Springer International Publishing, New York, 2021, xviii + 356 pp., ISBN 978-3-030-78400-3 (hardcover), ISBN 978-3-030-78403-4 (softcover), ISBN 978-3-030-78401-0 (eBook) (MathSciNet 4388301; ZblMATH 1481.90009).

Монографията е посветена на теорията, методите и приложенията на сепарабелната оптимизация и по-специално на един от нейните най-важни случаи – изпъкналата сепарабелна оптимизация. Разгледани са основните свойства на сепарабелните оптимизационни задачи, методите на апроксимиране на оптимизационни задачи със сепарабелни задачи, методът на динамичното

оптимизиране и др. Формулирани и доказани са необходими и достатъчни условия (характеризационни теореми) за изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при изпъкнали или линейни ограничения от тип равенство, неравенство от вида „по-малко или равно“ и „по-голямо или равно“, и двустранни ограничения върху променливите. На основата на характеризационните теореми са предложени алгоритми с полиномиална изчислителна сложност за решаване на разглежданите задачи. Доказана е сходимостта на представените алгоритми към решения на описаните задачи. Разгледан е и въпросът за устойчивост (коректност) на разглежданите оптимизационни задачи в смисъл на Адамар, Тихонов, Кларк и др. Представени са изчислителни резултати, които показват ефективността на предложените методи. Разгледани са теми от областта на сепарабелната оптимизация: недиференцируема оптимизация относно l_1 - и l_∞ -нормите (апроксимиране на таблично зададени функции относно тези норми, приближено решаване на преопределени системи линейни алгебрични уравнения, приближено решаване на нелинейни системи алгебрични уравнения и нелинейни системи, дефинирани с изпъкнали функции); прилагане на стохастични квазиградиентни методи за решаване на стохастични сепарабелни оптимизационни задачи; генериране на валидни, еквивалентни и доминиращи неравенства за някои многостенни множества и свойството целочисленост на някои многостенни множества, които са допустими множества на сепарабелни оптимизационни задачи. Разгледани са и въпросите за характеризация на оптималното решение на задачата за раницата посредством оптималното решение на съответната релаксирана задача, характеризация на оптималното решение на многомерната задача за раницата с граници върху променливите, и характеризация на оптималното решение на обобщената изпъкнала нелинейна транспортна задача. В Приложенията са разгледани теми и резултати, свързани с основното изложение на монографията.

СТАТИИ

Статията

- **Stefan M. Stefanov. Convex separable minimization problem with a linear constraint and bounds on the variables. *Applications of Mathematics in Engineering and Economics*, vol. 27 (2002) pp. 392-402 (ISBN 978-9545-80115-0, indexed in Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)**

(№ 1 в Списъка с публикации) разглежда изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при линейни ограничения от тип равенство или линейни ограничения от тип неравенство (по-голямо или равно), и двустранни граници върху променливите. Доказани са необходими и достатъчни условия или достатъчни условия (характеризационни теореми), които характеризират решенията на разглежданите задачи. На тяхна основа са предложени полиномиални алгоритми за решаване на тези задачи. Приложени са резултати от числени експерименти, които показват ефективността на предложените алгоритми.

Статията **Stefan M. Stefanov. Method for solving a convex integer programming problem. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 2003, No. 44 (2003) pp. 2829-2834 (ISSN 0161-1712, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)** (№ 2 в Списъка с публикации) е посветена на един клас от изпъкнали целочислени оптимизационни задачи, които могат да се разглеждат като нелинеен вариант на Задачата за назначенията (Assignment Problem). Разглежданата задача е преформулирана в еквивалентна на нея задача и е предложен алгоритъм за нейното решаване, който се основава на решаването на задача за назначенията посредством известни алгоритми.

Статията **Stefan M. Stefanov. Convex quadratic minimization subject to a linear constraint and box constraints. *Applied Mathematics Research Express AMRX*, Oxford University Press, vol. 2004, No. 1 (2004) pp. 17-42 (ISSN 1687-1200, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)** (№ 3 в Списъка с публикации) разглежда изпъкнали квадратични оптимизационни задачи при линейни ограничения: от тип неравенство (по-малко или равно) / от тип равенство / от тип неравенство (по-голямо или равно), и двустранни ограничения върху променливите (box constraints). Доказани са характеризационни теореми (необходими и достатъчни условия или достатъчни условия), предложени са полиномиални алгоритми за решаване на посочените три типа задачи и е доказана сходимостта на тези алгоритми. Разгледани са някои обобщения – в теоретичен и изчислителски аспект – на разглежданите задачи и е предложена модификация на алгоритмите с отчитане на тези обобщения.

Статията **Stefan M. Stefanov. Polynomial algorithms for projecting a point onto a region defined by a linear constraint and box constraints in R^n . *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2004, No. 5 (2004) pp. 409-431 (ISSN 1110-757X, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)** (№ 4 в Списъка с публикации) е посветена специално на квадратичната задача за проектиране на текущото приближение, което се получава на всяка итерация при прилагане на итерационен метод, върху допустими области (допустими множества) от три типа. С използване на диференциалните условия на Каруш-Куи-Такър са доказани характеризационни теореми, които описват решенията на разглежданите задачи; предложени са алгоритми с полиномиална изчислителна сложност за решаване на тези задачи; доказана е сходимостта на алгоритмите, и са представени резултати от изчислителни експерименти.

Статията **Stefan M. Stefanov. Convex separable minimization problems with a linear constraint and bounded variables. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 2005, No. 9 (2005) pp. 1339-1363 (ISSN 0161-1712, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)** (№ 5 в Списъка с публикации) е продължение на изследванията в статии 1 и 2 от Списъка с публикации. Разгледани са изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при

линейни ограничения от тип равенство и от тип неравенство (по-голямо или равно) и двустранни граници върху променливите. Доказани са съответно необходимо и достатъчно условие и достатъчно условие, характеризиращи оптималните решения на тези два типа задачи. Предложени са полиномиални алгоритми за решаването им и е доказана е сходимостта на алгоритмите. Разгледан е и по-общият случай на задачата при система от линейни ограничения от тип равенство и двустранни граници върху променливите, за който е дадена характеристика на оптималните решения във векторно-матричен вид. Разгледани са някои изчислителни аспекти на приложението на алгоритмите и са представени резултати от числени експерименти.

Статиите

- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a convex linear-fractional separable function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint and bounds on the variables. *Applied Mathematics Research Express AMRX*, vol. 2006, No. 4 (2006) Article ID 36581, pp. 1-24 (ISSN 1687-1200, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH),**
- **Stefan M. Stefanov. An efficient method for minimizing a convex separable logarithmic function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences* (now *Advances in Decision Sciences*), vol. 2006, No. 1 (2006) Article ID 89307, pp. 1-19 (ISSN 1687-9147, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)**
и
- **Stefan M. Stefanov. Minimizing a convex separable exponential function subject to linear equality constraint and bounded variables. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 9, No. 1 (2006) pp. 207-226 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)**

(съответно № 6, № 7 и № 8 в Списъка с публикации) са посветени на решаването на изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи с изпъкнала сепарабелна целева функция от определен вид (съответно дробно-линейна, логаритмична и експоненциална) при изпъкнали и/или линейни ограничения от тип неравенство и/или равенство и двустранни ограничения върху променливите. С използване на разработената в статии № 1, № 2 и № 6 по-горе методика, за разглежданите класове задачи са доказани характеристични теореми, предложени са алгоритми с полиномиална сложност за решаването им, доказана е сходимостта на алгоритмите и са представени резултати от изчислителни експерименти.

Статиите

- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a strictly convex separable function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint and bounds on the variables. *Scientific Research*, vol. V (2007) pp. 1-10 (ISSN 1312-7535, indexed in ZentralblattMATH) и**

- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a strictly convex separable function subject to convex separable inequality constraint and bounds on the variables. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 12, No. 5 (2009) pp. 647-673 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) и**

(съответно № 9 и № 10 в Списъка с публикации) разглеждат строго изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при ограничения от различен вид: изпъкнали сепарабелни ограничения от тип неравенство (по-малко или равно) / линейни ограничения от тип равенство, и двустранни граници върху променливите. Формулирани и доказани са характеристични теореми за оптималните решения на разглежданите задачи, предложени са сходящи полиномиални алгоритми за решаването им и са представени резултати от числени експерименти.

Статията **Stefan M. Stefanov. Solution of some convex separable resource allocation and production planning problems with bounds on the variables. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 13, No. 5 (2010) pp. 541-569 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (№ 11 в Списъка с публикации)** е посветена на икономически задачи за разпределение на ресурси и за управление на запаси, които се описват посредством изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при линейни ограничения (неравенства от тип „по-голямо или равно“ или равенства) и двустранни граници върху променливите. Описана е икономическата и екологичната ситуация, при която възникват такива проблеми. За всяка от разглежданите задачи е формулирано необходимо и достатъчно условие, което характеризира съответното оптимално решение. Предложени са полиномиални алгоритми за решаване на задачите, доказана е сходимостта им и са представени изчислителни резултати.

Статията **Stefan M. Stefanov. Valid inequalities, cutting planes and integrality of the knapsack polytope. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 14, No. 4 (2011) pp. 389-406 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (№ 12 в Списъка с публикации)** разглежда темата за валидни и доминиращи неравенства за т. нар. многостен на задачата за раницата (knapsack polytope) – начини на генериране на валидни и доминиращи неравенства, включително метода на модулната аритметика, както и въпроса за целочисленост на този многостен, включително в терминологията на напълно унимодулярните матрици. Доказани са твърдения, свързани с валидни и доминиращи неравенства, и необходими и достатъчни условия за целочисленост на knapsack polytope.

Статията **Stefan M. Stefanov. Well-posedness and primal-dual analysis of some convex separable optimization problems. *Advances in Operations Research*, vol. 2013 (2013) Article ID 279030, 10 pp., DOI:10.1155/2013/279030 (ISSN 1687-9147, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (№ 13 в Списъка с публикации)** е посветена на темата за коректност (устойчивост) на

оптимизационни задачи в различен смисъл. Изследвана е коректността на задачите, изучавани в статии № 1 и № 6 от Списъка с публикации на автора. Разгледан е въпросът за устойчивост на множеството от седлови точки на функцията на Лагранж за оптимизационни задачи и е представен пряко-двойствен анализ на задачите от статии № 1 и № 6, посочени по-горе.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the application of iterative methods of nondifferentiable optimization to some problems of approximation theory. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014 (2014), Article ID 165701, pp. 1-10 (ISSN 1024-123X, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (№ 14 в Списъка с публикации)** изучава въпроса за числено приближаване на таблично зададени функции на много променливи, както и съответната задача за приближено „решаване“ на преопределени системи линейни алгебрични уравнения относно различни разстояния (норми). По-специално, разгледани са приближенията относно l_1 - и l_∞ -нормите, които водят до „недиференцируеми“ задачи за безусловна оптимизация, и само за сравнение – класическите приближения относно l_2 -нормата (средноквадратични приближения, приближения по метода на най-малките квадрати), които водят до „диференцируеми“ задачи за безусловна оптимизация. Доказани са твърдения, които дават начини за пресмятане на субградиентите на някои типове функции. Представен е субградиентният метод за решаване на „недиференцируеми“ оптимизационни задачи и са пресметнати субградиентите на целевите функции на разглежданите задачи. За сравнение, изложен е и класическият градиентен метод за решаване на „диференцируеми“ оптимизационни задачи. Представени са резултатите, получени при изчислителните експерименти.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the solution of multidimensional convex separable continuous knapsack problem with bounded variables. *European Journal of Operational Research*, vol. 247, issue 2 (2015) pp. 366-369 (ISSN 0377-2217, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (№ 15 в Списъка с публикации)** е посветена на т. нар. многомерна задача за раницата, която е изпъкнала сепарабелна оптимизационна задача при линейни ограничения от тип равенство и двустранни ограничения върху променливите. Като обобщение на подхода от статии № 1, № 6 и др. от Списъка с публикации, е доказано необходимо и достатъчно условие, което характеризира оптималното решение на разглежданата задача. Представен е пряко-двойствен анализ и са дадени някои примерни целеви функции за разглежданата задача, които възникват в практиката.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the solution of quadratic programming problem with a feasible region defined as a Minkowski sum of a compact set and finitely generated convex closed cone. *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 39, issue 6 (2018) pp. 1223-1230 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (№ 16 в Списъка с публикации)** е теоретична.

Основен принос в нея е доказателството на съществуване на решение на квадратични оптимизационни задачи с допустимо множество, което се дефинира като сума (в смисъл на Минковски) на компактно множество и крайно породен изпъкнал затворен конус.

Статията **Stefan M. Stefanov. Strictly convex separable optimization with linear equality constraints and bounded variables. *Journal of Statistics and Management Systems*, vol. 21, issue 2 (2018) pp. 261-272 (ISSN 0972-0510, indexed in Web of Science)** (№ 17 в Списъка с публикации) разглежда сепарабелна оптимизационна задача със строго изпъкнала целева функция при линейни ограничения от тип равенство и двустранни граници върху променливите. Даден е векторно-матричен запис на задачата и с помощта на диференциалните условия на Каруш-Кун-Такър е доказано необходимо и достатъчно условие, което характеризира оптималното решение на разглежданата задача.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the Cauchy-Schwarz inequality approach for solving a quadratic optimization problem. *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 40, issue 4 (2019) pp. 973-981 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 18 в Списъка с публикации) представя нестандартен начин за решаване на една специална квадратична оптимизационна задача, който използва нейните специфики, посредством прилагане на неравенството на Коши-Шварц, комбинирано със свойствата на съгласуваните (породените, индуцираните) матрични норми.

Статията **Stefan M. Stefanov. Characterization of the optimal solution of the convex separable continuous knapsack problem and related problems. *Journal of Information and Optimization Sciences*, published online, 16 pp. (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 19 в Списъка с публикации) е посветена на изпъкнали сепарабелни оптимизационни задачи при линейни ограничения от тип равенство и двустранни ограничения върху променливите. Формулиран е релаксиран вариант на тази задача и е доказано необходимо и достатъчно условие, което характеризира оптималното решение на изходната задача посредством оптималното решение на релаксираната задача. Разгледани са варианти на изходната задача, за които са предложени методи за решаване чрез решението на изходната задача, намерено по предложения начин.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the inverse interpolation and some of its applications. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 4 (2019) pp. 567-580 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** (№ 20 в Списъка с публикации) има главно приложен характер. Разглежда се обратната интерполация, нейното приложение при монотонни и немонотонни функции, за решаване на нелинейни уравнения и др. Направено е едно специфично приложение, свързано с анализ на данни от преброяване на населението.

В статията **Stefan M. Stefanov. Characterization of the optimal solution of the convex generalized nonlinear transportation problem. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 5 (2019) pp. 745-756 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** (№ 21 в Списъка с публикации) са формулирани и доказани необходими и достатъчни условия (характеризационни теореми) за обобщената изпъкнала нелинейна транспортна задача и за обобщената изпъкнала нелинейна транспортна задача при двустранни ограничения върху променливите. Посочени са някои строго изпъкнали целеви функции на тези задачи. Отворен проблем за бъдеща работа е разработване на алгоритми (с полиномиална изчислителна сложност) за решаване на разглежданите задачи, които се основават на характеризационните теореми.

В статията **Stefan M. Stefanov. Theorems of the alternative revisited. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 5 (2019) pp. 787-796 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** (№ 22 в Списъка с публикации) са формулирани и доказани няколко твърдения от тип „теореми на алтернативата“ за системи линейни уравнения и/или системи линейни неравенства. Теореми от този тип са важни за теорията и решимостта на системи линейни алгебрични уравнения и неравенства, на линейни оптимизационни задачи, на нелинейни оптимизационни задачи при ограничения от тип линейни алгебрични уравнения и/или неравенства, и др.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the numerical solution of separable stochastic inventory control problems. *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 42, issue 3 (2021) pp. 533-561 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 23 в Списъка с публикации) е посветена на приложение на стохастичните квазиградиентни методи за решаване на два варианта на задачата за управление на запаси (ресурси, инвентарни наличности). Предложени са два алгоритъма с полиномиална изчислителна сложност за решаване на задачите за проектиране на текущото приближение, които са квадратични оптимизационни задачи и които трябва да се решават на *всяка* итерация от прилагането на стохастичен квазиградиентен метод към разглежданите задачи за управление на ресурси. Доказана е сходимостта на предложените алгоритми и са представени резултати от изчислителни експерименти.

Статиите

- **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of some systems of nonlinear algebraic equations. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 24, issue 6 (2021) pp. 1545-1564 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** и
- **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of systems of nonlinear equations defined by convex functions. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 25, issue 4 (2022) pp. 951-962 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)**

(съответно № 24 и № 25 в Списъка с публикации) са посветени на численото решаване на някои типове системи от нелинейни уравнения (нелинейни алгебрични уравнения и нелинейни уравнения, дефинирани с изпъкнали функции, включително изпъкнали сепарабелни функции). На всеки от разглежданите типове системи по подходящ начин са съпоставени оптимизационни задачи, посредством които да бъдат решени приближено дадените системи. Представени са субградиентен и градиентен итеративен метод за решаване на така дефинираните оптимизационни задачи и са пресметнати субградиентите или градиентите на целевите функции на тези оптимизационни задачи на всяка итерация съответно от субградиентния и градиентния метод.

Статията **Stefan M. Stefanov. On some properties of linear functionals. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 25, issue 8 (2022) pp. 2491-2502 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** (№ 26 в Списъка с публикации) е посветена на изучаване на някои свойства на линейни функционали, които се прилагат във функционалния анализ, теорията и методите за оптимизация, числените методи, теория на апроксимациите и други.

Статията **Stefan M. Stefanov. On the solution of quadratic programming problems, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 44, issue 2 (2023) pp. 243-253 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 27 в Списъка с публикации) е посветена на решаването на общата задача на квадратичното оптимизиране при линейни ограничения. Формулирани са условията на Каруш-Кун-Такър за разглежданите форми на изпъкнали квадратични оптимизационни задачи и е доказано необходимо и достатъчно условие за решимост и за оптимално решение на тези задачи.

В статията **Stefan M. Stefanov. Continuous linear knapsack problems revisited, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 44, issue 5 (2023) pp. 909-922 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 28 в Списъка с публикации) са разгледани някои варианти на непрекъснатата линейна задача за раницата (с неотрицателни променливи, с двустранни ограничения върху променливите и др.) и са формулирани и доказани теореми относно оптималните решения на разглежданите задачи.

В статията **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of box constrained separable convex quadratic programming problems, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 45, issue 1 (2024) pp. 57-71 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 29 в Списъка с публикации) се разглеждат минимизационни задачи със сепарабелна изпъкнала квадратична целева функция при линейно ограничение/линейни ограничения от тип равенство и граници върху променливите. Доказано е необходимо и достатъчно условие едно допустимо решение да бъде оптимално решение на разглежданите задачи. Предложен е сходящ

полиномиален алгоритъм за решаване на разглежданите задачи при линейно ограничение-равенство и граници върху променливите и са представени някои числени резултати, получени с прилагане на предложения алгоритъм.

Статията **Stefan M. Stefanov. Linear programming problems and matrix games, *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 27, issue 1 (2024) pp. 57-65 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)** (№ 30 в Списъка с публикации) е посветена на връзката между линейната оптимизация и матричните игри, като по-специално се разглежда връзката между двойка дуални задачи на линейното оптимизиране и матрична игра, както и преобразуването на линейна оптимизационна задача в матрична игра.

В статията **Stefan M. Stefanov. On the solution of two-person zero-sum matrix games, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 45, issue 3 (2024) pp. 649-657 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 31 в Списъка с публикации) се разглеждат матрични игри на двама играчи с нулева сума. Представени са някои основни резултати по тази тема, както и решаването на матрични игри посредством двойка дуални задачи на линейното оптимизиране. Включени са и илюстративни изчислителски примери. Тази статия е свързана с предишната статия (№ 30 в Списъка с публикации).

Статията **Stefan M. Stefanov. Multi-objective optimization revisited, *Journal of Information and Optimization Sciences*, публикувана онлайн (ISSN 0252-2667, journal is indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 32 в Списъка с публикации) е посветена на многокритериалната (векторната) оптимизация. Представени са някои примери на многокритериални оптимизационни задачи, въведено е понятието „оптималност по Парето“, описани са арбитражни схеми. Отделено е място на специалния случай на линейни многокритериални оптимизационни задачи и са представени методи за решаване на такива задачи. Разгледан е и въпросът за оптималност по Парето на нелинейни многокритериални оптимизационни задачи.

Статията **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of some facility location problems, *Journal of Information and Optimization Sciences*, публикувана онлайн (ISSN 0252-2667, journal is indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet)** (№ 33 в Списъка с публикации) е посветена на числено решаване с помощта на ефективни сходящи полиномиални алгоритми на някои задачи за управление на запаси, които се основават на доказано в статията необходимо и достатъчно условие (характеризационна теорема) за оптимално решение на задачи от разглеждания тип.

ABSTRACTS OF PUBLICATIONS

of Assoc. Prof. Stefan M. Stefanov

concerning participation in competition for the academic position of Professor in
the area 4.5. Mathematics (Mathematical Optimization),
advertisement published in “State Gazette”, No. 7 of January 24, 2025

Publications are in the following areas:

- Convex separable programming – theoretical results and algorithms; including the Knapsack Problem, nonlinear Transportation Problem, Facility location problem, Inventory control problem and related problems (papers 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 17, 19, 21, 28, 29, 33; monograph);
- Quadratic optimization problems (papers 3, 16, 18, 27; monograph);
- Algorithm for projecting a point onto feasible sets of a certain type (papers 4, 23; monograph);
- Stochastic Programming and Nondifferentiable Optimization (papers 14, 23; monograph);
- Well-posedness of optimization problems (paper 13; monograph);
- Valid and dominating inequalities, cutting hyperplanes, and integrality of some polytopes (paper 12; monograph);
- Applications of inverse interpolation (paper 20);
- Theorems of the alternative (paper 22; monograph);
- Numerical solution of some types of nonlinear systems of equations (papers 24, 25; monograph);
- Some properties of linear functionals (paper 26);
- Matrix games (papers 30, 31);
- Multi-objective optimization (paper 32).

MONOGRAPH (requirement of Article 29, paragraph 1, item 3 of the Law for the Development of the Academic Staff in the Republic of Bulgaria):

- **Stefan M. Stefanov – “Separable Optimization: Theory and Methods”**, Springer International Publishing, New York, 2021, xviii + 356 pp., ISBN 978-3-030-78400-3 (hardcover), ISBN 978-3-030-78403-4 (softcover), ISBN 978-3-030-78401-0 (eBook) (MathSciNet 4388301; ZblMATH 1481.90009).

This monograph is devoted to the theory, methods and applications of separable optimization. Main properties of separable optimization problems are considered, as well as methods for approximating optimization problems by separable problems, the dynamic programming method, etc. Necessary and sufficient conditions (characterization theorems) are stated and proved for convex separable optimization problems subject to convex or linear equality or inequality constraints of the form “less than or equal to” and “greater than or equal to”, and bounds on the variables. On the basis of characterization theorems,

algorithms of polynomial computational complexity are proposed for solving the considered problems. Convergence of the suggested algorithms to optimal solutions of the problems under consideration is proved. Well-posedness in the sense of Hadamard and Tychonov, and calmness in the sense of Clarke for considered optimization problems is also studied. Computational results that illustrate efficiency of the proposed methods are presented. Some selected supplementary topics of separable optimization are also considered: nondifferentiable optimization with respect to l_1 - and l_∞ -norms (approximation of tabulated functions with respect to these norms, approximate solution of overdetermined systems of linear algebraic equations, approximate solution of nonlinear algebraic systems and nonlinear systems defined by convex functions); application of stochastic quasigradient methods for solving stochastic separable optimization problems; generation of valid, equivalent and dominating inequalities for some polyhedral sets and integrality of some polytopes, which are feasible regions of some separable optimization problems. Topics concerning characterization of the optimal solution of the knapsack problem via optimal solution of the corresponding relaxed problem, characterization of the optimal solution of the multidimensional knapsack problem with bounds on the variables, and characterization of the optimal solution of the convex generalized nonlinear transportation problem are also considered. In Appendices, some topics and results, connected with the main exposition of the monograph, are discussed.

PAPERS

Paper

- **Stefan M. Stefanov. Convex separable minimization problem with a linear constraint and bounds on the variables. *Applications of Mathematics in Engineering and Economics*, vol. 27 (2002) pp. 392-402 (ISBN 978-9545-80115-0, indexed in Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)**

(No. 1 in the List of Publications) considers convex separable optimization problems subject to linear equality constraints or linear inequality constraints (of the form “greater than or equal to”), and bounds on the variables. Necessary and sufficient conditions or sufficient conditions are proved (characterization theorems) which characterize optimal solutions of the considered problems. On this basis, polynomial algorithms are proposed for solving these problems. Results of numerical experiments, which demonstrate effectiveness of the suggested algorithms, are presented.

Paper Stefan M. Stefanov. Method for solving a convex integer programming problem. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 2003, No. 44 (2003) pp. 2829-2834 (ISSN 0161-1712, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 2 in the List of Publications) is devoted to a class of convex integer optimization problems which can be considered as a nonlinear version of the Assignment Problem. The problem under consideration is reformulated as an equivalent problem, and an algorithm for solving this problem is proposed, based on the solution of the Assignment Problem by known algorithms.

Paper Stefan M. Stefanov. **Convex quadratic minimization subject to a linear constraint and box constraints.** *Applied Mathematics Research Express AMRX*, Oxford University Press, vol. 2004, No. 1 (2004) pp. 17-42 (ISSN 1687-1200, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 3 in the List of Publications) considers convex quadratic optimization problems subject to linear constraints: inequality constraint of the form “less than or equal to” / equality constraint / inequality constraint of the form “greater than or equal to”, and bounds on the variables (box constraints). Characterization theorems (necessary and sufficient conditions or sufficient conditions) are proved, polynomial algorithms for solving the three types of problems are proposed, and convergence of these algorithms is proved. Some extensions and generalizations of these problems – in theoretical and computational aspects – are considered and on this basis, modifications of the proposed algorithms are suggested.

Paper Stefan M. Stefanov. **Polynomial algorithms for projecting a point onto a region defined by a linear constraint and box constraints in R^n .** *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2004, No. 5 (2004) pp. 409-431 (ISSN 1110-757X, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 4 in the List of Publications) is devoted especially to the quadratic problem of projecting the current iterate, obtained at each iteration of implementation of an iterative method, onto three types of feasible regions. Using Karush-Kuhn-Tucker differential conditions, characterization theorems are proved, which describe optimal solutions of the considered problems; algorithms of polynomial computational complexity for solving these problems are proposed; convergence of these algorithms is proved; and results of computational experiments are presented.

Paper Stefan M. Stefanov. **Convex separable minimization problems with a linear constraint and bounded variables.** *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 2005, No. 9 (2005) pp. 1339-1363 (ISSN 0161-1712, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 5 in the List of Publications) is a continuation of research in papers 1 and 2 in the List of Publications. Convex separable optimization problems subject to linear equality constraints and linear inequality constraint of the form “greater than or equal to”, and bounds on the variables are considered. Necessary and sufficient condition and sufficient condition, respectively, are proved, which characterize the optimal solutions of these two types of problems. Polynomial algorithms for solving the considered problems are proposed and their convergence is proved. A more general version of the problem with a system of linear equality constraints and bounds on the variables is also considered, and characterization of the optimal solution in a vector-matrix form is proved. Some computational issues of implementation of the proposed algorithms are considered and results of numerical experiments are presented.

Papers

- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a convex linear-fractional separable function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint and bounds on the variables. *Applied Mathematics Research Express AMRX*, vol. 2006, No. 4 (2006) Article ID 36581, pp. 1-24 (ISSN 1687-1200, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH),**
- **Stefan M. Stefanov. An efficient method for minimizing a convex separable logarithmic function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences* (now *Advances in Decision Sciences*), vol. 2006, No. 1 (2006) Article ID 89307, pp. 1-19 (ISSN 1687-9147, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) and**
- **Stefan M. Stefanov. Minimizing a convex separable exponential function subject to linear equality constraint and bounded variables. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 9, No. 1 (2006) pp. 207-226 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH)**

(No. 6, No.7 and No. 8 in the List of Publications, respectively) are devoted to the solution of convex separable optimization problems with a convex separable objective function of a certain form (linear-fractional, logarithmic and exponential, respectively) subject to convex and/or linear equality and/or inequality constraints, and box constraints. Using the techniques of papers No. 1, No. 2 and No. 6, characterization theorems for the considered classes of problems are proved, algorithms of polynomial complexity for solving the problems are proposed, convergence of these algorithms is proved, and results of computational experiments are presented.

Papers

- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a strictly convex separable function subject to a convex inequality constraint or linear equality constraint and bounds on the variables. *Scientific Research*, vol. V (2007) pp. 1-10 (ISSN 1312-7535, indexed in ZentralblattMATH) $\square$**
- **Stefan M. Stefanov. Minimization of a strictly convex separable function subject to convex separable inequality constraint and bounds on the variables. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 12, No. 5 (2009) pp. 647-673 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) $\square$**

(No. 9 and No. 10 in the List of Publications, respectively) consider strictly convex separable optimization problems subject to various constraints: convex separable inequality constraints of the form “less than or equal to” / linear equality constraints, and bounds on the variables. Characterization theorems for the optimal solutions of these problems are stated and proved, convergent algorithms for solving these problems are suggested, and results of numerical experiments are presented.

Paper Stefan M. Stefanov. **Solution of some convex separable resource allocation and production planning problems with bounds on the variables.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 13, No. 5 (2010) pp. 541-569 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 11 in the List of Publications) is devoted to economic problems of resource allocation and production planning, which are described by convex separable optimization problems subject to linear constraints (inequality constraints of the form “greater than or equal to” or equality constraints) and box constraints. Economic and ecological circumstances, which are described by such problems, are outlined. For each of the considered problems, a necessary and sufficient condition is formulated, which characterizes the corresponding optimal solution. Polynomial algorithms for solving the problems are proposed, convergence of these algorithms is proved, and computational results are presented.

Paper Stefan M. Stefanov. **Valid inequalities, cutting planes and integrality of the knapsack polytope.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 14, No. 4 (2011) pp. 389-406 (ISSN 0972-0502, indexed in Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 12 in the List of Publications) considers the topic of valid and dominating inequalities of the so-called Knapsack Polytope – methods for valid and dominating inequalities generation, including the modular arithmetic approach, as well as the problem of integrality of this polytope, including in the terminology of totally unimodular matrices. Some theorems are proved concerning valid and dominating inequalities, and necessary and sufficient conditions for integrality of the Knapsack Polytope.

Paper Stefan M. Stefanov. **Well-posedness and primal-dual analysis of some convex separable optimization problems.** *Advances in Operations Research*, vol. 2013 (2013) Article ID 279030, 10 pp., DOI:10.1155/2013/279030 (ISSN 1687-9147, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 13 in the List of Publications) is devoted to well-posedness, stability and calmness of optimization problems. Well-posedness of the problems, considered in papers No. 1 and No. 6 of the List of Publications, is studied. The problem of stability of the set of saddle points of the Lagrangian function for optimization problems is considered, and primal-dual analysis for the problems of papers No. 1 and No. 6 is presented.

Paper Stefan M. Stefanov. **On the application of iterative methods of nondifferentiable optimization to some problems of approximation theory.** *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014 (2014), Article ID 165701, pp. 1-10 (ISSN 1024-123X, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No.14 in the List of Publications) study the problem of numerical approximation of functions of several variables, given by tabulated data, as well as the corresponding problem for approximate “solution” of inconsistent (overdetermined) systems of linear

algebraic equations with respect to various distances (norms). In particular, approximations with respect to l_1 - and l_∞ -norms are considered, which lead to “nondifferentiable” unconstrained optimization problems, and, only for comparison – the classical approximations with respect to l_2 -norm (least squares data fitting), which lead to “differentiable” unconstrained optimization problems. Some theorems are proved, which give procedures for calculating subgradients of some types of functions. The subgradient method for solving “nondifferentiable” unconstrained optimization problems is presented, and subgradients of objective functions of the considered problems are calculated. For the sake of comparison, the classical gradient method for solving “differentiable” unconstrained optimization problems is presented. Results of computational experiments are also presented.

Paper Stefan M. Stefanov. On the solution of multidimensional convex separable continuous knapsack problem with bounded variables. *European Journal of Operational Research*, vol. 247, issue 2 (2015) pp. 366-369 (ISSN 0377-2217, indexed in Web of Science, Scopus, Mathematical Reviews/MathSciNet, ZentralblattMATH) (No. 15 in the List of Publications) is devoted to the so-called Multidimensional Knapsack Problem, which is a convex separable optimization problem subject to linear equality constraints and box constraints. As a generalization of the approach, proposed in papers No. 1, No. 6, etc. of the List of Publications, a necessary and sufficient condition is proved, which characterizes the optimal solution of the considered problem. Primal-dual analysis for the considered problem is included, and some examples of objective functions for the problem under consideration, which appear in practice, are presented.

Paper Stefan M. Stefanov. On the solution of quadratic programming problem with a feasible region defined as a Minkowski sum of a compact set and finitely generated convex closed cone. *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 39, issue 6 (2018) pp. 1223-1230 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 16 in the List of Publications) is a theoretic paper. The main contribution is the proof of existence of solution of quadratic optimization problems with a feasible region, defined as a Minkowski sum of a compact set and finitely generated convex closed cone.

Paper Stefan M. Stefanov. Strictly convex separable optimization with linear equality constraints and bounded variables. *Journal of Statistics and Management Systems*, vol. 21, issue 2 (2018) pp. 261-272 (ISSN 0972-0510, indexed in Web of Science) (No. 17 in the List of Publications) considers a separable optimization problem with strictly convex objective function subject to linear equality constraints and bounded variables. Vector-matrix form of this problem is presented, and using the Karush-Kuhn-Tucker differential conditions, a necessary and sufficient condition is proved, which characterizes the optimal solution of the considered problem.

Paper **Stefan M. Stefanov. On the Cauchy-Schwarz inequality approach for solving a quadratic optimization problem.** *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 40, issue 4 (2019) pp. 973-981 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 18 in the List of Publications) presents a nonstandard approach for solving a quadratic optimization problem, which uses its specific characteristics, by applying the Cauchy-Schwarz inequality, combined with properties of the induced matrix norms.

Paper **Stefan M. Stefanov. Characterization of the optimal solution of the convex separable continuous knapsack problem and related problems.** *Journal of Information and Optimization Sciences*, published online, 16 pp. (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 19 in the List of Publications) is devoted to convex separable optimization problems subject to linear equality constraints and box constraints. A relaxed version of the considered problem is formulated, and a necessary and sufficient condition is proved, which characterizes optimal solution of the original problem via the optimal solution of the relaxed problem. Some versions of the original problem are considered, and methods for solving these problems are proposed, based on the solution of the original problem, obtained by the proposed approach.

Paper **Stefan M. Stefanov. On the inverse interpolation and some of its applications.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 4 (2019) pp. 567-580 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) (No. 20 in the List of Publications) is devoted to the inverse interpolation of tabulated data and its applications to monotone and nonmonotone functions, for solving nonlinear equations (rootfinding), analysis of census data, etc.

In paper **Stefan M. Stefanov. Characterization of the optimal solution of the convex generalized nonlinear transportation problem.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 5 (2019) pp. 745-756 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) (No. 21 in the List of Publications), necessary and sufficient conditions (characterization theorems) are formulated and proved for the generalized convex nonlinear transportation problem and for the generalized convex nonlinear transportation problem with bounded variables. Some strictly convex objective functions for these problems are presented. An open problem for future research is development of polynomial algorithms for solving the considered problems, based on the characterization theorems.

In paper **Stefan M. Stefanov. Theorems of the alternative revisited.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 22, issue 5 (2019) pp. 787-796 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) (No. 22 in the List of Publications), some theorems of the alternative for systems of linear equations and/or systems of linear inequalities are stated and proved. Such theorems are important for the theory and solvability of systems of linear algebraic equations and inequalities, of linear optimization problems, of nonlinear optimization problems subject to linear equality and/or inequality constraints, etc.

Paper **Stefan M. Stefanov. On the numerical solution of separable stochastic inventory control problems.** *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 42, issue 3 (2021) pp. 533-561 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 23 in the List of Publications) is devoted to the application of stochastic quasigradient methods for solving two versions of the facility location problem (inventory control problem). Two algorithms of polynomial computational complexity are proposed for solving the problems of projecting the current iterate, which are quadratic optimization problems and which must be solved at *each* iteration of the implementation of a stochastic quasigradient method to the considered facility location problems. Convergence of the proposed algorithms is proved, and results of computational experiments are presented.

Papers

- **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of some systems of nonlinear algebraic equations.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 24, issue 6 (2021) pp. 1545-1564 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) Π
- **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of systems of nonlinear equations defined by convex functions.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 25, issue 4 (2022) pp. 951-962 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus)

(No. 24 and No. 25 in the List of Publications, respectively) are devoted to the numerical solution of some types of nonlinear systems of equations (nonlinear algebraic equations and nonlinear equations defined by convex functions, including convex separable functions). To each of the considered systems, unconstrained optimization problems are associated, which solutions will give approximate solutions of the given systems. The subgradient method and gradient method for solving the considered unconstrained optimization problems are presented, and subgradients or gradients of the objective functions of these optimization problems are calculated at each iteration of the subgradient or gradient method, respectively.

In the paper **Stefan M. Stefanov. On some properties of linear functionals.** *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 25, issue 8 (2022) pp. 2491-2502 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) (No. 26 in the List of Publications), some properties of linear functionals are studied, which are used in functional analysis, optimization theory, numerical analysis, approximation theory, various applications, etc.

The paper **Stefan M. Stefanov. On the solution of quadratic programming problems,** *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 44, issue 2 (2023) pp. 243-253 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 27 in the List of Publications) is devoted to the solution of the general quadratic programming problem subject to linear constraints. Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions are formulated for the considered forms of convex quadratic programming

problems, and a necessary and sufficient condition for solvability and for optimal solution of these problems is stated and proved.

In the paper **Stefan M. Stefanov. Continuous linear knapsack problems revisited**, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 44, issue 5 (2023) pp. 909-922 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 28 in the List of Publications), some versions of the continuous linear knapsack problem are considered (with nonnegative variables, with box constrained variables, etc.) and theorems concerning the optimal solutions of the considered problems are stated and proved.

In the paper **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of box constrained separable convex quadratic programming problems**, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 45, issue 1 (2024) pp. 57-71 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 29 in the List of Publications), minimization problems with a separable convex quadratic objective function subject to a linear equality constraint/linear equality constraints, and bounds on the variables (box constraints) are considered. A necessary and sufficient condition for a feasible solution to be an optimal solution to each of these problems has been established. A convergent polynomial algorithm for solving the problem with a linear equality constraint and bounded variables is proposed, and some numerical results, obtained by this algorithm, are presented.

In the paper **Stefan M. Stefanov. Linear programming problems and matrix games**, *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, vol. 27, issue 1 (2024) pp. 57-65 (ISSN 0972-0502, indexed in Web of Science, Scopus) (No. 30 in the List of Publications), the relationship between linear optimization and matrix games is discussed, in particular, the relationship between a pair of dual problems of linear optimization and a matrix game, and the transformation of a linear program to a matrix game is considered.

In the paper **Stefan M. Stefanov. On the solution of two-person zero-sum matrix games**, *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 45, issue 3 (2024) pp. 649-657 (ISSN 0252-2667, indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 31 in the List of Publications), zero-sum two-person matrix games are considered. Some basic concepts and results are recalled. The numerical solution of matrix games by dual problems of linear optimization is discussed. Illustrative numerical examples are also included. This paper is connected with the previous paper (No. 30 in the List of Publications).

The paper **Stefan M. Stefanov. Multi-objective optimization revisited**, *Journal of Information and Optimization Sciences*, published online (ISSN 0252-2667, journal is indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 32 in the List of Publications) is devoted to multi-objective (multiple criteria, vector) optimization. Some examples of such optimization problems are presented, Pareto optimality is introduced, and arbitrage schemes are described. The special case of multi-objective linear optimization

problems is studied, and methods for solving such problems are presented. Pareto optimality for the nonlinear multi-objective optimization problems is also considered.

The paper **Stefan M. Stefanov. Numerical solution of some facility location problems, *Journal of Information and Optimization Sciences*, published online (ISSN 0252-2667, journal is indexed in Web of Science, Mathematical Reviews/MathSciNet) (No. 33 in the List of Publications)** is devoted to the numerical solution of some facility location problems via efficient convergent polynomial algorithms, based on a necessary and sufficient condition (characterization theorem) for optimal solution of the considered problems, stated and proved in the paper.