Резюме от трудовете

на

Николай Китанов

23 ноември 2016 г.

Най-общо публикациите са в две области на диференциалните уравнения (две групи статии):

1. Диференциални включвания (ДВ) от първи ред и декомпозиция (представяне) на решенията на диференциални включвания от първи ред. Освен това са разгледани въпроси за съществуване и единственост на решенията на диференциални уравнения с прекъсната дясна част. Това се прави чрез привеждането, по подходящ начин, на разглежданото диференциално уравнение към диференциално включване.

Приложен е метода на усредняването при задачи от оптималното импулсно управление.

2. Функционално-диференциални частни уравнения (ФДЧУ) от параболичен тип (ПФДУ). По-точно ПФДУ с “maxima”.

Функционално-диференциални уравнения са такива дифернциални уравнения, в които освен неизвестната функция, нейните производни и аргументите участва и някакъв функционал на неизвестната функция. Към ПФДУ с “maxima” и „закъснение”(“delay”) водят много задачи от различни индустрии, в които има високотермични процеси, като металургия, химическа промишленост, хранително-вкусова, екология и т.н. Тези работи са съвместно с колеги от ХТМУ. Разгледани са въпроси за съществуване и единственост на решенията, устойчивост и асимптотическа устойчивост на решенията на ФДПУ. При решаването на въпроса за съществуване на решение и намирането му се използва една специфична техника наречена „итеративно-монотонна” техника.

Накрая са включени две статии с популярен и обзорен характер.

Едната се отнася до търсене на Парето-оптимални решения при дву-критериални оптимизационни задачи. Това не е съвсем откъснато от предишните теми защото диференциалните включвания и уравнения са тясно свързани с оптимирането и оптималното управление.

Другата статия е обзорна и се отнася до използването на математически модели в хранително-вкусовата индустрия. Голяма част от процесите в тази индустрия се описват, чрез диференциални уравнения.

В първите няколко статии са разгледани въпроси и проблеми отнясящи се до диференциални включвания от вида

$$\dot{x} \in F(t, x), \quad x(t_0) = x_0.$$

където

$x \in D \subset \mathbb{R}^n$, $t \in [t_0, T] \subset \mathbb{R}$, $F(t,x)$ е измерима многозначна функция по $(t,x) \in [t_0,T] \times D$ и $F(t,x) \in comp\, \mathbb{R}^n$.

Под $comp\, \mathbb{R}^n$ разбираме пространството от всички непразни компактни подмножества на $\mathbb{R}^n$, а $conv\, \mathbb{R}^n$ е пространството от всички непразни изпъкнали компактни подмножиства на $\mathbb{R}^n$.

В статията

On the Decomposition of the Solutions of Some Differential Inclusions with Convex Right-Hand Side,

разглеждаме въпроса за декомпозиция нас решенията на диференциалното включване

$$\dot{x} \in F(t,x), \quad x(t_)) = x_0 \tag{1}$$

Под декомпозиция разбираме следното: Може ли всяко решение на горното ДВ да бъде получено като решение на следното ДВ:

$$\dot{x} \in coU(t,x), x(t_0) = x_0 \text{ ?} \tag{2}$$

Тук $U(t,x) = \{u | u = ess \lim_{y \to x} u(t,y)\}$, а $u(t,x)$ е измерима селекция от $F(t,x)$(подбрана по описан начин).

Доказани са две теореми (за два различни типа десни части), които дават попожителен отговор на горния въпрос. И в двата случая $F(t,x) \in conv\mathbb{R}^n$. За първата теорема искаме $F(t,x)$ да бъде липшицова, а за втората теорема искаме модула на непрекъснатост на $F(t,x)$ да е функция на Камке.

В статията

Non-Convex Differential Inclusions

е разгледано следното ДУ с прекъсната дясна част

$$\dot{x} = f(t, x), \;\; x(t_0) = x_0, \;\; t \in [t_0, T] \tag{1}$$

това ДУ записваме като ДВ, а именно:

$$\dot{x} = F(t, x), \;\; x(t_0) = x_0, \;\; t \in [t_0, T], \tag{2}$$

където

$$F(t, x) = ess \lim_{t \to x} f(t, x),$$

При съответни предположения $(Z - conditioon)$ са доказани две теореми за съществуване и продъжимост на решенията на разглежданите ДУ и ДВ.

В статията

A Measurable Feedback Decomposition of Differential Inclusions

пак е разгледан въпроса за декомпозиция на решенията на ДВ от вида

$$\dot{x} \in F(t, x), \;\; x(t_0) = x_0 \tag{1}$$

Да отбележим, че тук $F(t, x)$ е неизпъкнала многозначна функция И тук вземаме измерими селекции $u(t, x) \in F(t, x)$

Определяме $U(t, x)$:

$$U(t, x) = ess \lim_{y \to x} U(t, y) \tag{2}$$

Разглеждаме ДВ

$$\dot{x} \in coU(t,x), \;\; x(t_0) = x_0. \tag{3}$$

Доказано е, че всяко от решенията на (1) може да се получи като решение на (3) ако $F(t,x)$ е измерима по (t,x) и $F(t,x)$ е функция на Куратовски по x.

В статията

Existence of Solutions of Dynamical Systems with Descret Speed Values

пак разглеждаме ДВ от вида

$$\dot{x} \in F(t,x), \;\; x(t_0) = x_0, \;\; t \in [0,1]$$

Тук многозначната дясна част има вида $F(t,x) = \bigcup\limits_{i \in I(t,x)} f_i(t,x)$ където $I(t,x) \subset \{1,2,\ldots,k\}$ т.е. $F(t,x)$е сума от краен брой еднозначни функции

Разгледан е въпроса за съществуване на решение на ДВ.

Доказана е теорема, че ако функцията $F(t,x)$ е полунепрекъсната отгоре $(u.s.c.)$ по x, измерима по t и изпълнява определени условия $(Z - conditon)$, то тогава съществува решение на ДВ (1). Има пример, че без $Z - condition$ условието не може.

В статията

Differential Equations with Discontinuos Right-Hand Side

Тук се разглежда пак ДУ с прекъсната дясна част, само че автомно

$$\dot{x} \in f(x), \;\; x(0) = x_0, \;\; t \in [0,1] \tag{1}$$

пак се взема $F(x) = ess \lim\limits_{y \to x} f(y)$

и ДВ

$$\dot{x} \in F(x). \tag{2}$$

Доказани са две теореми за съществуване и продължимост на решението на (1) и (2) при съответни предполажения ($Z-$ условието).

В статията

On Euler's Implicit Scheme for Numerical Solving of Nonlinear Systems of Differential Equations

е предложена една модификация на метода на Ойлер за числено решаване на нелинейни системи ОДУ. Разгледана е задачата на Коши

$\dot{x} = f(x), \;\; x(0) = x_0, \;\; t \geq 0, \;\; x \in \mathbb{R}^n, f \in \mathbb{R}^n$

и е доказано, че ако функцията $f(x)$ е диференцируема и ако производната $f'(x)$ е липшицова, то точността е $O(h^2)$.

В статията

Method of averaging for optimal control problems with impulsive effects

са получени някои резултати свързани с приложението на метода на усредняването за решаване на задачи от оптимал;но управление, където управляемите обекти се описват със системи ДУ и ДВ с импулсни ефекти. Тук освен стандартното управление в дясната част на ДУ предполагаме и управление чрез импулсните въздействия (импулсно управление).

Такива задачи възникват в икономиката, техниката, финансите и т.н., като например задачата за оптимално разпределение на средствата за реклама, задачата за мекото кацане и пр.

Предложени са две схеми (два алгоритъма) за пълно усредняване и са доказани съответно две теореми обосноваващи тези схеми (алгоритми). Тези алгоритми се базират на теореми публикувани в статии от докторската ми дисертация.

В статиите

Stability for the solutions of parabolic equations with “maxima” и

A Class of Functional Differential Equations with "Maxima

се разглеждат т. нар. "reaction-diffusion"ЧДУ с "maxima т.е. ПЧДУ с "maxima".

Те спадат към класа на ФДЧУ. Към такива уравнения водят много въпроси от теоретичната физика, термодинамиката, химическата индустрия, металургията, хранителната индустрия, екологията и т.н.

Общият вид на този тип уравнения е

$$u_t - Lu = F$$

където L е елептичен оператор, $u = u(t,x)$ е търсената функция, а $F = F(t,x,u)$ е функция на реакцията (на външното въздействие) на описвания процес. $F(t,x,u)$ зависи непрекъснато от времето t, пространствените променливи $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ и от неизвестната функция $u = u(t,x)$.

В нашия случай системата (със съответните гранични и начални условия) е:

$$u_t - Lu = f(t,x,u(t,x)) + R(t,x, \max_{s\in[t-\sigma,t]} u(t,x)),\ t \in (0,T],\ x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n] \qquad (a)$$

$$Bu = h(t,x), \;\; t \in (0,T], \;\; x \in \Omega, \tag{b}$$

$$u(t,x) = \eta_0(t,x), \;\; t \in [-\sigma, 0], \;\; x \in \delta\Omega. \tag{c}$$

Тук (b) е гранично условие, B е граничен оператор, а (c) е начално условие

Доказани са:

1. Монотонност и сходимост на редици от горни и долни решения на така формулираната начално- гранична задача. От тук следва съществуване на решение на задачата.

2. Теореми за устоичйвост, асимптотическа устойчивост и експоненциална устойчивост на стационарното решение ("steady-state"solutions $(u_s(x))$) на начално-граничната задача с "максима".

Статията

Estimates for Functional Partial Differential Equations

се отнася също за гранично-началната задача от типа $(a), (b), (c)$.

Разгледани са въпроси за:

1. Съществуване на решения

2. Въз основа на намерени оценки на решенията тази задача са изследвани проблеми за устойчивост на решенията и неограниченост на решенията.

3. Единственост на решенията

В статията

Двукритериална оптимизация по Перето с допълнителна информация е построен и програмно е реализиран алгоритъм, който при наличието на допълнителна информация позволява свиването (редуцирането) на множеството от Перето оптимални решения.

Този алгоритъм се базира на една теорема (за оптималност при налличие на допълнителна информация) на украински автор цитиран в статията.

Статията

Mathematical Modeling in Food Industry

е обзорна. Прави се кратък преглед на математическите методи използвани в хранителната промишленост, селското и горското стопанство. По-конкретно:

1. Математически модели в млечната промишленост

1.1. Мат. мод. в производството на сирена.

1.2. Мат. мод. в производството на ферментирани млека.

2) Математичски модели в месопреработката

3) Математичски модели в жовотновъдството